TRABAJO PRACTICO 3 : PROBLEMAS DE EXTREMOS

Problema 1

De mediciones efectuadas para edificios de oficinas la sobrecarga permanente puede ser modelada por una distribución log-normal con un valor medio para una carga equivalente uniformemente distribuida $\mu_X = 0.58 \cdot \frac{KN}{m^2}$ y coeficiente de variación $\delta_X = 0.30$

Durante la vida útil del edificio, la intensidad de la sobrecarga puede variar como consecuencia de cambios en la ocupación y en el uso de los entrepisos. Asumiendo que la tasa promedio de cambios es una cada dos años formule el procedimiento para determinar la distribución exacta de la máxima sobrecarga permanente para una vida útil estimada en 50 años.
Calcule los parámetros de la función de distribución asintótica de la máxima sobrecarga permanente para la vida útil de 50 años.

Problema 2

En el caso de edificios industriales, la sobrecarga (carga uniformemente distribuida equivalente) tiende a permanecer constante a través de su vida útil. Supongamos que del estudio de 50 recintos se obtuvo una media de $1 \cdot \frac{KN}{m^2}$ y coeficiente de variación de 0.42

Asumiendo una distribución de Rayleigh para la intensidad de la carga,

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \cdot e^{\frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} \quad , \quad x \geq 0 \quad , \quad \mu_X = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sigma$$

$$\sigma_X = \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}} \cdot \sigma$$

$$\delta_X = \frac{\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} = 0.52$$

Determine la distribución parámetros asociados para la máxima sobrecarga en un edificio industrial de 1200 recintos.

Problema 3

Supongamos que la velocidad del viento máxima diaria en un sitio dado tiene una distribución Gaussiana con una velocidad media $\mu_X = 24 \cdot \frac{km}{h}$ y coeficiente de variación $\delta = 0.67$

a) Determine la distribución asintótica de la velocidad del viento máxima anual para el lugar y sus parámetros

b) Usando a) derive la distribución para la velocidad del viento máxima en 50 años y la velocidad del viento máxima más probable.

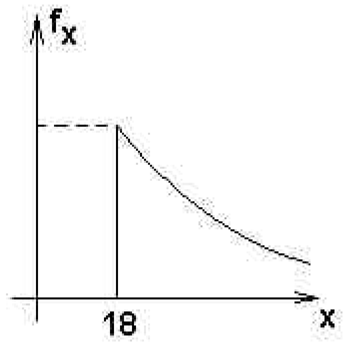
Problema 4

Repita el problema 3 considerando que la velocidad del viento máxima diaria tiene distribución log-normal

Problema 5

Las cargas por eje mayores de 18 Ton. pueden ser descriptos en el caso de camiones con una distribución exponencial trasladada :

$$f_X(x) = \frac{1}{3.2} \cdot e^{\frac{-(x-18)}{3.2}} \quad , \qquad x \geq 18$$



Supongamos que una alcantarilla está sujeta a 1355 de tales cargas de eje > 18 Ton. en un año. Asuma que todas las cargas por eje son estadísticamente independientes y al volumen del tráfico permanecerá constante a lo largo de los años.

a) Determine la media y doef. de variación de la carga máxima por eje a lo largo de períodos de 1, 5, 10, 20 y 50 años.

b) Para una vida esperada de 20 años de la alcantarilla determine la probabilidad de que sea sometida a una carga por eje superior a 80 Ton.

c) Determine la carga por eje de diseño correspondiente a una probabilidad de excedencia admitida de p = 0.10 en una vida útil de 20 años.

Problema 6

La altura de olas individuales durante una tormenta corta de digamos 3 horas puede ser modelada por una distribución de Rayleigh con la siguiente función de distribución :

$F_H(h) = 1 - e^{-\left(\frac{2 \cdot h^2}{Hs^2}\right)}$ donde Hs es el promedio del 1/3 más alto de todas las olas durante el período de tormenta.

a) Consideremos una tormenta de 3 oras con Hs = 10m y un período de onda promedio de 12 seg. Estimar la probabilidad de la altura de ola máxima durante el período de 3 horas exceda 20m.

b) Suponga que la duración de la tormenta real es de 15 horas, la cual puede dividirse en 5 períodos de 3 horas con Hs de 6, 8, 10, 8 y 6 respectivamente. Estime la probabilidad que la altura de la ola máxima durante la tormenta de 15 horas supere los 20 m. Asuma que los períodos de onda son 9 y 8 segundos para ondas con Hs = 8m y 6m respectivamente.

Problema 7

Supongamos que el comportamiento de un sistema de fundación por pilotes está gobernado por el pilote con la capacidad más pequeña. Más aún el pilote más débil asociado con un proyecto de fundación tiene un valor medio de 15 Ton. y un coeficiente de variación δ = 20%. Determine la probabilidad que esta sea menor que la capacidad de carga de diseño de 10 Ton. si :

a) El pilote más débil sigue una distribución de mínimo tipo I
b) El pilote más débil sigue una distribución de mínimo tipo III con un valor mínimo de ε = 2 Ton.

Problema 8

Una estructura consiste de 100 bases. Suponga que el asentamiento de cada base está distribuido exponencialmente con una media de 5 cm y que los asentamientos entre bases son estadísticamente independientes. Cuál es la probabilidad que el máximo asentamiento δmax entre las 100 bases no supere los 10 cm? Compare la probabilidad exacta con la obtenida con la distribución asintótica apropiada para δmax.

b) Cual es la probabilidad que el asentamiento mínimo δmin sea al menos de 1 cm? Compare con el determinado a través de la distribución asintótica de δmin.

c) Determine la media y el coeficiente de variación del máximo asentamiento diferencial
$\Delta max = \delta max - \delta min$

Problema 9

La ocurrencia de sismos significativos (de $\textbf{magnitud} \geq \mathbf{m_0}$) en una región es modelada con el proceso de Poisson, es decir la probabilidad de "n" sismos en el tiempo t es:

$$\mathbf{P(Nt = n) = \frac{(\nu_0 \cdot t)^n \cdot e^{-(\nu_0 \cdot t)}}{n!}}$$, donde ν_0 = tasa de ocurrencia de sismos con $\mathbf{m \geq m_0}$ en la región.

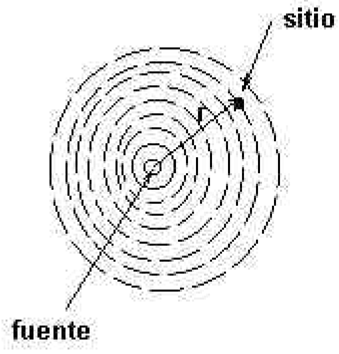
También la magnitud de un sismo puede describirse por la exponencial trasladada

$$\mathbf{F_M(m) = 1 - e^{-\beta \cdot (m - m_0)}} \quad , \quad \mathbf{m \geq m_0}$$
$$\mathbf{F_M(m) = 0} \quad , \quad \mathbf{m < m_0}$$

Asumiendo que M y Nt son estadísticamente independientes derive la función de distribución de la magnitud del sismo máximo anual en la región pertinente.
Cuál es la forma asintótica ?

Problema 10

La intensidad máxima del movimiento de suelo producida por un sismo se atenúa con la distancia focal r. desde la fuente. Si asumimos que la energía total es radiada desde una fuente puntual la atenuación de la intensidad máxima puede representarse por $\mathbf{y = b_1 \cdot e^{b_2 \cdot m} \cdot r^{-b_3}}$ $\mathbf{b_1}$, $\mathbf{b_2}$, **y** $\mathbf{b_3}$ **constantes**
Si un sismo en la fuente, O , ocurre de acuerdo con el problema 9 derive la función de distribución de la intensidad del movimiento de suelo máximo anual en un sitio a una distancia focal r de la fuente. A cual de las formas asintóticas pertenece el resultado?



Problema 11

La velocidad del viento anual ha sido modelada por una distribución asintótica de máximo tipo I. De acuerdo con el postulado de estabilidad, la velocidad máxima del viento en la vida útil también tendrá una distribución asintótica tipo I. Determine la media y el desvío standard de la velocidad del viento máximo en 50 años en términos de los parámetros de la distribución anual.