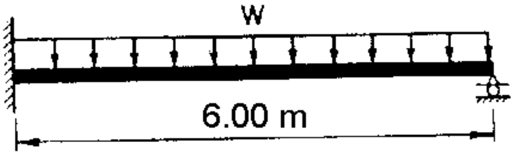
TRABAJO PRACTICO 4 : SEGURIDAD ESTRUCTURAL

Problema 1

La viga de acero de la figura está sujeta a una carga uniformemente distribuida con un valor medio de $w = 29.188 \cdot \frac{KN}{m}$ y COV $\mathbb{W}_w = 0.20$. La tensión de fluencia del acero es $f_y = 32.405 \cdot \frac{KN}{cm^2}$ y $\mathbb{W}_{(f_y)} = 0.10$; el módulo resistente de la viga tiene un valor medio de $819.353 \cdot cm^3$ y $\mathbb{W}_w = 0.10$. Si asumimos que todas las variables tienen una distribución de tipo normal, cuál es la probabilidad de falla de la viga ?



Problema 2

Debido a defectos y tolerancias de fabricación, las barras del reticulado de la figura resultan mas cortas o ás largas que lo planificado. Supongamos que el error en cada barra es una variable normal con los siguientes valores

$$D_1 = D_2 = N(0.635 \cdot cm, 0.254 \cdot cm)$$

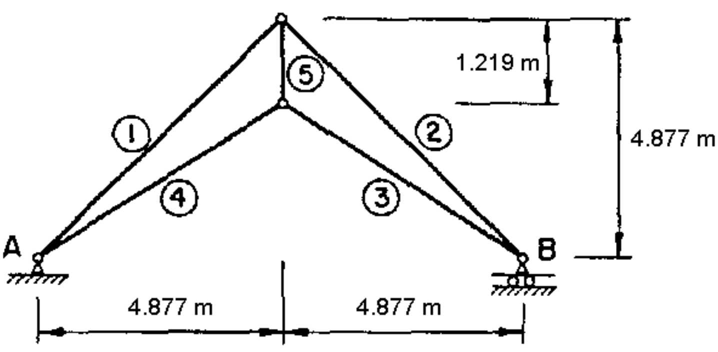
$$D_3 = D_4 = N(0.762 \cdot cm, 0.254 \cdot cm)$$

$$D_5 = N(0.508 \cdot cm, 0.203 \cdot cm)$$

a) Determinar la probabilidad de que el apoyo móvil B esté desplazado mas de 7.62 cm (3 pulgadas). Asumir que los errores de fabricación en las barras son estadísticamente independientes

b) Repetir la parte a) para una distribución lognormal de los errores de las barras, con los mismos valores anteriormente dados

c) Repetir la parte a) si los errores de fabricación entre cualquier par de barras son correlacionados en forma uniforme con $\rho = 0.80$



Problema 3

Una plataforma en el mar puede sufrir rotaciones causadas por la acción de olas debidas a tormentas fuertes. Supongamos que la máxima rotación (en 10^{-4} radianes) está dada por

$$R = A \cdot M + B \cdot M^2 + e$$

Donde M es el momento inducido por la máxima onda anual, A y B son coeficientes que son variables aleatorias, y ε es el error asociad con este modelo cuadrático. Se asume que una performance satisfactoria requiere que R no exceda de $4 \cdot 10^{-4}$ radianes. Supongamos también los siguientes valores para las respectivas variables :

Variable	*Mean*	*c.o.v.*	*Distribution*
M	1.5	0.25	lognormal
A	0.644	0.30	assume normal
B	0.571	0.30	assume normal
ε	0	$\sigma = 0.2$	assume normal

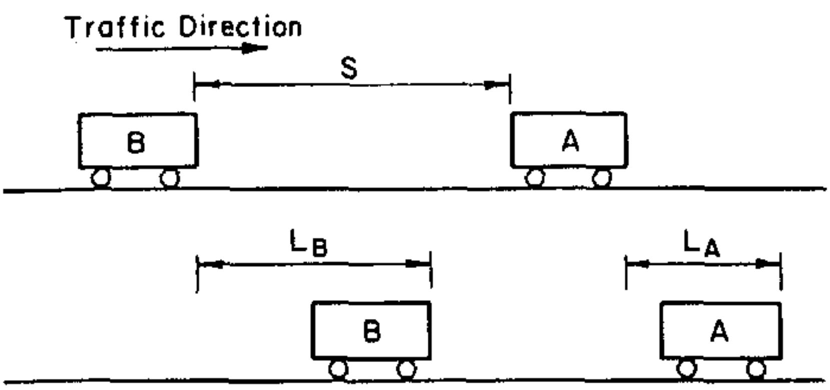
Determinar la probabilidad de performance no satisfactoria respecto de las rotaciones de la plataforma.

Problema 4

La siguiente figura muestra un vehiculo B siguiendo a un vehículo A en un flujo de tránsito a una distancia S por detrás. El conductor del vehículo A súbitamente aplica el freno ante un incidente de tránsito. Supongamos que el conductor B se toma T segundos para reaccionar, y de sorpresa encuentra que no funcionan los frenos, o sea que depende solo de la fricción con el pavimento para frenar el vehículo. La colisión entre los vehículos A y B ocurrirá si la distancia de frenado del vehículo B excede la suma de la distncia S mas la distancia recorrida por A. En otras palabras, la función está dada por

$$g(x) = L_a + S - L_b$$

$$g(x) = \frac{V^2}{2 \cdot g} + S - \left(V \cdot T + \frac{V^2}{2 \cdot f} \right)$$



Donde V es la velocidad de ambos vehículos, asumida en 11.176 m/s (25 mph) para zona urbana; γ es la desaceleración del vehículo A como resultado del frenado; y f es el coeficiente de fricción sobre el pavimento. Suponiendo las siguientes variables aleatorias

Variable	Media	COV
γ	0.2 g	0.10
S	60.96 m	0.80
T	0.90 seg	σ = 0.3 seg
f	0.05 g	0.05

Asumimos que S tiene una distribución de tipo gamma pero no hay información acerca de la distribución de las otras variables (suponemos que son normales). Determinar la probabilidad de colisión

Problema 5

La máxima aceleración del terreno en un sitio, a_{max}, en $\dfrac{cm}{seg^2}$ inducida por un terremoto puede calcularse con la siguiente fórmula empírica (Donovan, 1973)

$$a_{max} = 1320 \cdot N \cdot e^{0.58 \cdot M} \cdot (R + 25)^{-1.5}$$

Donde M es la magnitud del terremoto en la escala de Richter; R es la distancia (en km) al epicentro; N es el error y asumamos las siguientes variables aleatorias :

Variable	Media	COV	Distribución
R	25	0.20	lognormal
N	1	0.50	lognormal

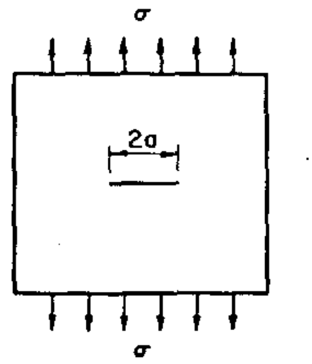
La máxima magnitud anual de un terremoto tiene un PDF expresado por

$$f_m = 1.01 \cdot e^{-\nu \cdot e^{-\beta \cdot m}} \cdot \nu \cdot \beta \cdot e^{-\beta \cdot m} \qquad 4 \le m \le 8.5$$

donde β = 1.57 y ν = 6640. Determinar CDF de la aceleración de suelo máxima anual y representarlo gráficamente

Problema 6

Consideremos la placa de la figura con una fisura de longitud 2a sujeta a tensiones membranales σ. De acuerdo a la teoría de mecánica de fractura, la fisura se produce si el factor de intensidad de tensión calculado en la fisura..



$$K_I = s \cdot \sqrt{p \cdot a}$$

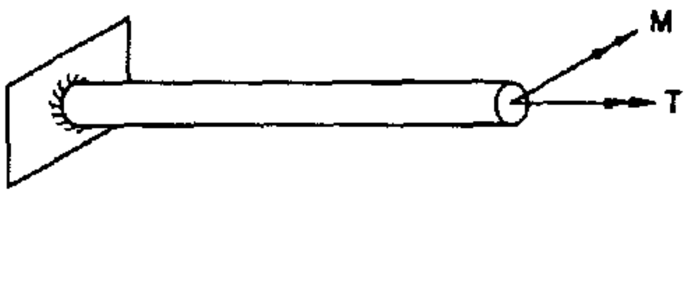
excede el factor K_C del material. Asumiendo que las variables a, K_C, y σ son independientes con valores medios de $15.24 \cdot cm$, $77.753 \cdot N \cdot m$, $286.981 \cdot N \cdot m^2$, y sus respectivos COV de 0.25, 0.07 y 0.52 respectivamente. Determinar la probabilidad de falla por fractura de la placa

Problema 7

Consideremos la viga de la figura, cargada en el extremo libre con un momento flexor y un momento torsor. El area de la sección transversal es circular de radio r = 0.20 m. M y T son variables aleatorias con valores medios de $26 \cdot KN \cdot m$ y $17 \cdot KN \cdot m$ con sus respectivos COV de 0.18 y 0.14 respectivamente. Calcular la confiabilidad de la viga, usando el criterio de tensiones de Tresca dado por :

$$\frac{s^2}{4} + t^2 = \frac{Y^2}{4}$$

Donde Y es la tensión de fluencia por tracción, σ y τ son las tensiones normales y tangenciales en un punto cualquiera. Asumir que Y tiene una distribución normal con $m_Y = 7000 \cdot \frac{KN}{m^2}$ y COV de 0.08



Problema 8

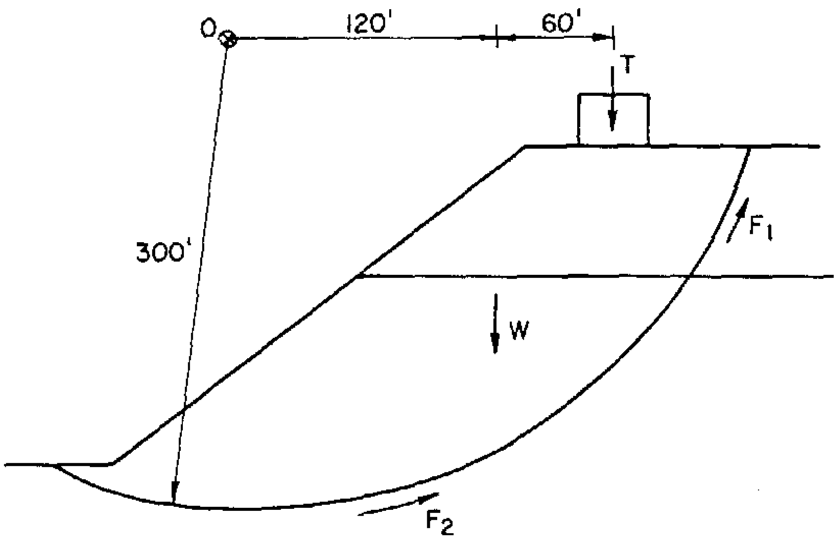
El deslizamiento de una masa de tierra a lo largo de una superficie circular alrededor del punto O como muestra la figura, ocuure si el momento resistente debido a las fuerzas de cohesión del suelo (F1 yF2) exceden el valor del momento causado por el peso el suelo W y la carga aplicada T. La funcion esta dada por :

$$g(X) = 300 \cdot F_1 + 300 \cdot F_2 - 120 \cdot W + 180 \cdot T$$

Con los siguientes valores :

Variable	Media	COV
W	400	0.15
F1	100	0.30
F2	300	0.20
T	10	0.10

y asumiendo la correlación entre F1 y F2 con ρ = 0.50, determinar la probabilidad de deslizamiento.



Problema 9

En una vasija de presión sujeta a una combinación de presión interna y fuerzas sísmicas, supongamos el estado de tensión en el punto más crítico definido por las siguientes tensiones principales :

$$s_1 = 1200 \cdot A + 25 \cdot P$$

$$s_2 = 800 \cdot A + 50 \cdot P$$

$$s_3 = -50 \cdot P$$

Donde P es la presión interna en psi y A es la aceleración del terremoto. Asumiendo que P y A son variables aleatorias independientes con distribución normal y valores medios de 200 psi y 0.25g, y sus COV de 0.20 y 0.50 respectivamente. Observar que las tensiones principales s_1, s_2, s_3 están correlacionadas. La tensión de fluencia del material Y en tracción pura es 47000 psi y COV de 0.10

Determinar la probabilidad de falla por fluencia de la vasija de presión en un punto crítico basado en los siguientes criterios de fluencia :

a) Criterio de Von Mises con estado límite definido por :

$$(s_1)^2 + (s_2)^2 + (s_3)^2 - s_1 \cdot s_2 - s_2 \cdot s_3 - s_3 \cdot s_1 = Y$$

b) Criterio de Tresca con estado límite definido por :

$$s_{max} - s_{min} = Y$$

Donde s_{max} y s_{min} son las tensiones principales máximas y mínimas

Problema 10

La performance de un pavimento puede ser medida en términos de N, el número de ejes equivalentes de 18 Ton antes de la falla, dado por la siguiente ecuación (Darter, 1973)

$$\log(N) = \log\left(\sqrt{5 - P_2} - \sqrt{5 - P_1}\right) + \log(a) - 2 \cdot \log(SCI) + 4.27$$

Donde P1 y P2 son indices de servicio inicial y final; SCI es el indice de rigidez; α es la constante de temperatura. Los valores estadísticos de las variables se describen a continuación

Variable	Media	Desvío Standard
P1	4	0.36
P2	3	0
α	31	4.24
SCI	0.15	0.02

Determinar la probabilidad de que el pavimento falle para un diseño de 6.000.000 de ejes equivalentes a 18 Ton en un período de 20 años.

Problema 11

La capacidad de caudal de un desague puede ser estimada por : (Bodhaine, 1968)

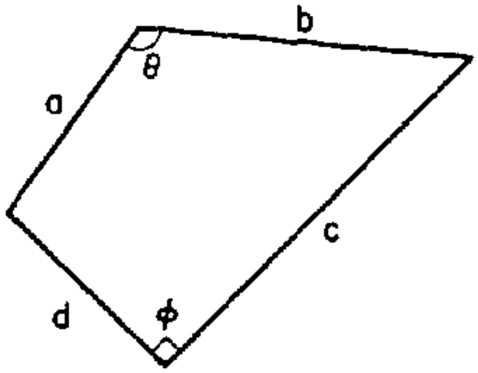
$$Q = M \cdot p \cdot \sqrt{y_u - y_d} \cdot \left[\frac{46 \cdot n^2 \cdot L}{D^{\frac{16}{3}}} + (K_{ent} + K_{exit}) \cdot \frac{8}{g \cdot D^4} \right]^{\frac{-1}{2}}$$

Donde $\mathbf{y_u}$ y $\mathbf{y_d}$ son las elevaciones de nivel de agua en la entrada y la salida; $\mathbf{K_{ent}}$ y $\mathbf{K_{exit}}$ son los coeficientes de pérdida por fricción a la entrada y a la salida; **D** y **L** son el diámetro y la longitud del desague; **n** es el coeficiente de fricción de la fórmula de Manning; **g** es la constante gravitacional; **M** es el error del modelo de la fórmula de la capacidad. Los valores estadísticos de las variables son los siguientes :

Variable	Media	Desvío Standard
$\mathbf{y_u - y_d}$	4.5 ft	0.36
n	0.013	0
L	100 ft	4.24
D	6 ft	0.02
$\mathbf{K_{ent}}$	0.35	0.197
$\mathbf{K_{exit}}$	1.00	0.02
M	1.00	0.05

Problema 12

El área del cuadrilátero mostrado en la figura se estima con medidas medias de los cuatro lados a, b, c, d, y dos ángulos θ y ϕ. Supongamos que el desvío standard de cada medición es 0.254 cm , y el desvío standard de la medición de ángulo es 0.
05 grados. La cantidad de mediciones independientes hechos en a, b, c, d, θ y ϕ son 10, 10, 6, 6, 5 y 9 respectivamente. Determinar la probabilidad de que el error en la estimación del área exceda 1 pulgada cuadrada. Asumir que los valores medios medidos para a, b, c, d, θ y ϕson respectivamente 50, 60, 100, 50, 120 grados y 90 grados.



Problema 13

Para un determinado nivel de aceleraciones de un terremoto, y un número de ciclos equivalentes de carga, se predice que un suelo de arena saturada sufre efecto de licuefacción, si las tensiones de corte τ_A inducidas por terremotos, exceden la resistencia al corte por cargas ciclicas τ_R. Suponemos

$$\tau_A = S_L \cdot r_d \cdot \gamma \cdot h \cdot \frac{a_{max}}{g}$$

Donde S_L es la amplitud (en terminos de fracción de tensiUn máxima) de ciclos uniformes de carga equivalente, r_d es la reducción de tensiones debida a la flexibilidad de la columna de suelo, g es la densidad del suelo, **h** es es espesor del elemento de suelo estudiado, a_{max} es la máxima aceleración de suelo y **g** es la gravedad. La resistencia al corte esta dada por :

$$t_R = N_f \cdot N_S \cdot C_r \cdot R \cdot s_V \cdot D_r$$

Donde es ,la discrepancia entre la resistencia in-situ y la resistencia medida en laboratorio; R es un parámetro normalizado de resistencia en laboratorio para un tipo de ensayo dado y criterio de falla ; s_V es la tensión vertical efectiva actuando en el elemento de suelo in-situ; D_r es la densidad relativa del suelo in-situ; N_S es un factor de correción por efectos secunda\rios como la freceuncia de la carga ciclica, etc.. N_f es un factor de correción por erores adicionales asociados al modelo de licuefacción simplificado.

Determinar la correspondiente probabilidad de licuefacción para el caso 1 cuando todas las variables se asumen con distribución lognormal, y para el caso 2 en que todas las variables se asumen con distribución normal.

Variable	Media	Coef. Variación
a_{max}	0.1 g	0
h	25 ft	0
g	120 pcf	0.013
r_d	0.948	0.018
S_L	0.75	0
N_f	1.00	0.05
N_S	1.00	0.1
C_R	0.58	0.06
R	0.40	0.025
s_V	1625	0.03
D_R	0.653	0.2

Problema 14

El ASTM define la densidad relativa de la arena como :

$$D_R = \frac{g_{max}}{g} \cdot \frac{g - g_{min}}{g_{max} - g_{min}}$$

En donde g_{max} , g_{min} y g son las densidades de suelo seco máxima, mínima y del lugar respectivamente, de un depósito de baja cohesión. Tavenas (1972) estimó que el COV de g_{min} y g_{max} es 0.018 y 0.023 respectivamente basado en 62 tests. Mas aun se sugiere que el error de reproductibilidad en laboratorio es un tercio del error entre laboratorios (en terminos del COV) asumido antes.
LAs incertidumbres asociadas con la estimación de la densidad in-situ de la arena, g , depende del método usado. Para el método nuclear, la densidad puede ser determinada entre +/- 5 a +/- 9 pcf. A pesar de ello, basado en los procedimientos corrientes de test en laboratorio para muestras inalteradas, la densidad in-situ generalmente no puede ser estimada entre +/- 2 a +/- 3 pcf.

Suponiendo que los valores medios de la arena bajo estudio son :

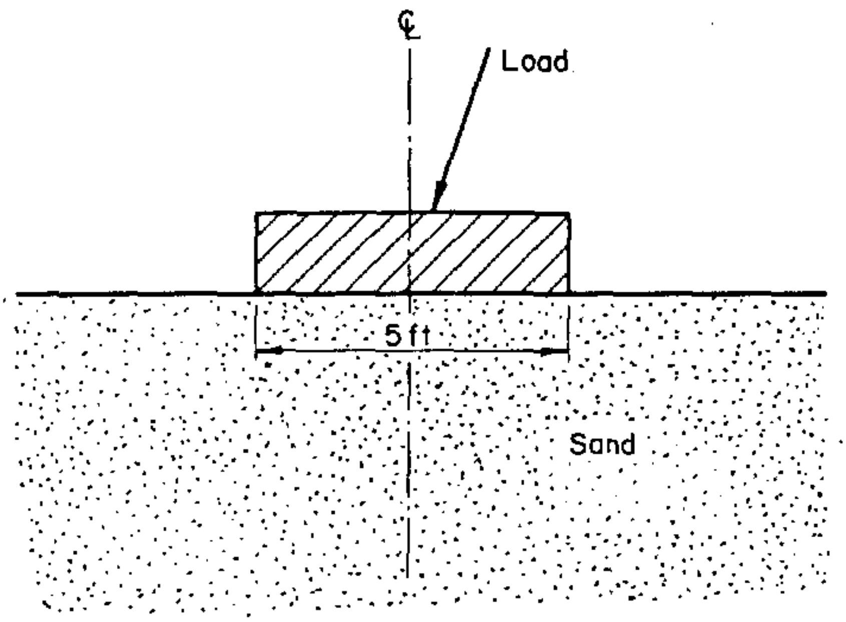
Variable	**Media**
g	108 pcf
g_{max}	115 pcf
g_{min}	95 pcf

Realizar el análisis para evaluar el valor medio y la incertidumbre en D_R para ambos métodos tanto el nuclear como el de laboratorio.

Problema 15

Una fundación está apoyada en la superficie de un suelo de muy baja cohesión como muestra la figura. Una carga lineal inclinada se aplica fuera del centro de la fundación. La capacidad de carga de la fundación puede determinarse como : (Bjerrum, 1973)

$$q = \frac{1}{2} \cdot g \cdot B \cdot N_g \cdot R \cdot I \cdot E_g$$



Donde :

γ = densidad media de la arena
B = ancho de la fundación
N_γ = factor de capacidad de carga
R = factor de corrección por efecto del tamaño de la fundación
E_γ = factor de corrección por carga excéntrica
I = factor de corrección por inclinación de la carga

Un análisis de regresión de los datos de los ensayos del modelo de la fundación dió las siguientes relaciones : (Baecher, 1980)

1) $$E(\ln N_\gamma|\bar{\phi}) = -1.667 + 0.173\bar{\phi}$$

$$\mathrm{Var}(\ln N_\gamma|\bar{\phi}) = 0.0425$$

2) $$E(E_\gamma|E/B) = 1.0 - 3.5(E/B) + 3.03(E/B)^2$$

$$\mathrm{Var}(E_\gamma|E/B) = 0.0058$$

3) $$E(I|H/V) = 1.0 - 2.41(H/V) + 1.36(H/V)^2$$

$$\mathrm{Var}(I|H/V) = 0.0089$$

Donde ϕ es el ángulo de fricción interna de la arena, E/B es la excentricidad, H y V son los componentes horizontales y verticales de la carga inclinada.

a) Asumiendo que $\ln(N_\gamma)$ tienen una distribución normal para un valor dado de ϕ, demostrar que

$$E(N_\gamma|\bar{\phi}) = \exp(-1.646 + 0.173\bar{\phi})$$

$$\mathrm{Var}(N_\gamma|\bar{\phi}) = 0.0434\exp(-3.292 + 0.346\bar{\phi})$$

b) Considerando las dimensiones de la fundación con los siguientes valores :

$B = 5\,\mathrm{ft}$ $\mu_\phi = 37\,\mathrm{grados}$ $\gamma = 120\,\mathrm{pcf}$

$\mu_{\frac{H}{V}} = 0.30$ $\mu_{\frac{E}{V}} = 0.10$

$\sigma_\phi = 1\,\mathrm{grado}$ $\delta_\gamma = 0.05$ $\sigma_{\frac{H}{V}} = 0.033$

$\sigma_{\frac{E}{B}} = 0.01$ $R = 0.43$

Calcular el valor medio y el coeficiente de variación total (COV) de la capacidad de carga de la fundación

Problema 16

El momento flector último de una viga longitudinal de un barco de una sola cubierta incluyendo efectos de segundo orden se puede expresar como :

$$M_u = f \cdot Z \cdot s_y$$

Donde :

s_y = tension de fluencia del material

Z = Módulo plástico de la sección transversal total del buque

ϕ = factor que tiene en cuenta el segundo orden

Hacer un análisis total de la incertidumbre en el cálculo del momento flector último.
Asumir las siguientes hipótesis :

a) el coeficiente de variación (COV) promedio del límite de fluencia del acero del casco es aproximadamente 0.06. (Staugitis 1962)

b) Para un casco de una sola cubierta, la sección transversal del buque puede idealizarse como una sección cajón equivalente de altura D y ancho B, siendo el módulo plástico :

$$Z = B \cdot D \cdot t + \frac{1}{6} \cdot D^2 \cdot t$$

El último término puede despreciarse, asi resulta que el COV de las variables D y B es pequeño. Para el espesor original, asumir COV de 0.03.

c) La corrosión reduce el espesor de la siguiente manera :

$$t = t_o - t_C$$

donde t_o es el espesor original, y t_c es la reducción por corrosión. la tasa media de corrosión del acero en el mar se asume en un rango entre 10 y 14 mpy

d) El coeficiente de variación COV del factor ϕ se evalúa usando los resultados de los ensayos de placas rigidizadas hechos por Smith (1975) dando los siguientes valores :

0.76	**0.82**
0.73	**0.83**
0.91	**0.72**
0.83	**0.49**
0.69	**0.65**
0.61	

Adicionalmente a estos factores, el efecto de tensiones residuales y distorsiones geométricas son significativos. Estos efectos deben ser incluidos aplicando un factor de corrección al valor de M_u calculado, con un rango que va de 0.75 a 1.00, siendo los valores más altos los recomendables.

Problema 17

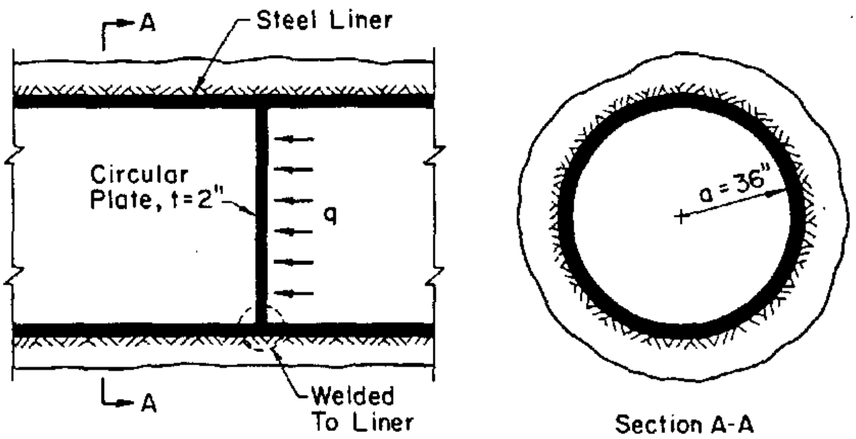
Un tunel como muestra la figura se propuso como una protección para una onda de presión q debida a una explosión. El material de la placa circular es acero A36 con una tensión de fluencia nominal de 36 ksi y un COV de 0.08. La tensión de fluencia nominal, $\mathbf{y_n}$ corresponde al valor del percentil del 10%, es decir, $\left[\mathbf{F_Y(y_n) = 0.10}\right]$ donde $\mathbf{F_Y(y_n)}$ tiene una distribución de tipo normal. Nos interesa el grado de seguridad de la placa respecto del límite de fluencia. Para determinar el estado límite usamos el criterio de Von Mises. Bajo estado plano de tensión, la condición se expresa como

$$\sqrt{(\sigma_x)^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + (\sigma_y)^2} = Y$$

Donde

Y = tensión de fluencia del material sometido a tensiones uniaxiales

σ_x, σ_y = tensiones en el plano XY



Para la placa se asume que las condiciones de borde son apoyos fijos, que están sometidos a una carga uniformemente distribuida q. La expresión de las tensiones radiales y tangenciales en la placa resultan

$$\sigma_r = \frac{3}{8}\cdot\left(\frac{q}{t^2}\right)\cdot\left[a^2\cdot(1-\nu) - r^2\cdot(3+\nu)\right]$$

$$\sigma_t = \frac{3}{8}\cdot\left(\frac{q}{t^2}\right)\cdot\left[a^2\cdot(1-\nu) - r^2\cdot(1+3\nu)\right]$$

t = Espesor de la placa
a = Radio de la placa circular
r = Radio medido desde el centro
ν = coeficiente de Poisson (0.30 para el acero)

Para una aplicación rápida de la carga (como en el caso de explosión) el valor medio de la resistencia del acero A36 puede incrementarse hasta un 30% por sobre la resistencia a fluencia en el caso estático. Mas aun, incrementos significantes en la resistencia dinámica son mas frecuentes.

Para evaluar cualquier incertidumbre del criterio de Von Mises, un cierto número de placas circulares apoyadas de diferentes tamaños y espesores fueron ensayadas bajo presiones estáticas hasta llegar a la fluencia en los apoyos. Los resultados son los siguientes (hipotéticos)

Plate Thickness, t (in.)	*Plate Radius, a (in.)*	*Observed Static Yield Pressure, q (psi)*
1	24	92
2	24	440
$1\frac{1}{2}$	18	430
2	30	250
1	18	200

a) Calcular la probabilidad de falla del elemento de placa protectivo con espesor de 2 pulgadas y radio de 36 pulgadas, sometido a una presión dinámica de 150 psi.

b) Que espesor de placa se requiere para resistir una onda de presión de 200 psi en orden de mantener la misma confiabilidad del caso a) ?

Problema 18

Un flujo de Q cfs, llevando una concentración de desecho radioactivo C mg/l, se descarga continuamente en un pequeño lago cuyo volumen total es $V(ft^3)$. Supongamos que las condiciones actuales de viento son tales que el contenido en el lago es completamente mezclado y disuelto. El equilibrio en la concentración del desecho radioactivo en el lago está dada por (Metcalf y Eddy, 1972)

$$E = \frac{QC}{\left(\frac{Q}{V} + K\right) \cdot V}$$

Donde K la tasa de primer orden de disminucion del desecho radioactivo.

a) Suponiendo que la media vida del desecho radioactivo no se conoce, esto es que K tiene un valor medio de $8.1 \cdot 10^{-6}$ por segundo y COV del 10%, determinar la probabilidad de que el equilibrio en la concentración no exceda el nivel aceptable de 5 mg/l

$$Q = 2 \text{ cfs};\ V = 450{,}000 \text{ cu ft};\ \bar{C} = 10 \text{ mg/l};\ \delta_c = 0.20$$