

**SEGURIDAD ESTRUCTURAL :**

**Trabajo Practico nro.5 - SIMULACION DE MONTECARLO**

**Problema 1 :**

Durante el periodo crítico de una tormenta severa, el valor promedio  $X$  de las alturas máximas de ola en un sitio dado se asume que tienen una distribución de Rayleigh cuyo **PDF** resulta :

$$f(x) = \frac{x}{a^2} e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{a^2}} ; x \geq 0$$

Donde  $a = 10m$

**a )** Formular un procedimiento para generar alturas de ola aleatorias basado en el metodo de la Transformada Inversa.

**b )** Suponiendo que la raiz cuadrada de la suma de los cuadrados de dos variables aleatorias normales, tienen una distribución de Rayleigh, formular un procedimiento alternativo para generar alturas de ola aleatorias basadas en este resultado.

**Problema 2 :**

Obtener un histograma de  $Z_i$  usando una simulación de Montecarlo con **1000** ejemplos, si :

**1)  $Z_1 = X - Y$** , donde  $X$  e  $Y$  son variables lognormales independientes con medias de **5** y **2** respectivamente, y COV de **10%** para ambas.

**2)  $Z_2 = X / Y$** , donde  $X$  e  $Y$  son variables normales independientes con valores medios de **5** y **2** respectivamente y COV de **20%** para ambas.

**Problema 3 :**

Suponiendo que  $X_1$  y  $X_2$  son dos variables normales independientes, si  $Y_1 = X_1 / X_2$ ,

**a)** Verificar que  $Y_1$  tiene una distribución de Cauchy con una funcion de distribución de probabilidad **PDF** de:

$$f_{y_1}(y_1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{(1 + y_1^2)} ; -\infty < y_1 < \infty$$

En base a esto, plantear un procedimiento para generar valores aleatorios a partir de una variable con distribución de Cauchy. (Introducir  $Y_2 = X_1 + X_2$  y aplicar el método del Jacobiano de la transformación)

**b)** Plantear un procedimiento para generar numeros aleatorios a partir de una distribución de Cauchy, basado en el metodo de la transformacion inversa.

**Problema 4 :**

a) Obtener un histograma de  $Y$  usando la simulación de MonteCarlo, en donde

$$Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

- $X_1$  tiene una distribución exponencial con valor medio **1.0**
- $X_2$  tiene una distribución normal con valor medio **1** y COV de **0.2**
- $X_3$  tiene una distribución lognormal con media **1** y COV **0.20**
- $X_4$  tiene una distribución uniforme entre **0** y **2**
- $X_5$  tiene una distribución simétrica triangular entre **0** y **2**
- $X_6$  tiene una distribución Poisson con media **1**

Asumir que las variables  $X_i$  son estadísticamente independientes.

b) Suponiendo ahora :

$$Y = \sum_{i=1}^{10} (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6)$$

En donde las seis variables aleatorias  $X_1$  a  $X_6$  tienen las distribuciones definidas en la parte a). Además los diez sets de seis variables aleatorias son estadísticamente independientes. Generar **50** valores de  $Y$ . Verificar que la distribución de  $Y$  es aproximadamente normal, de acuerdo al teorema central del limite.

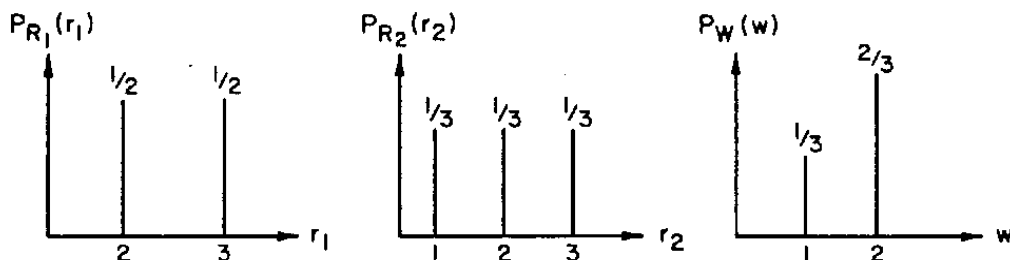
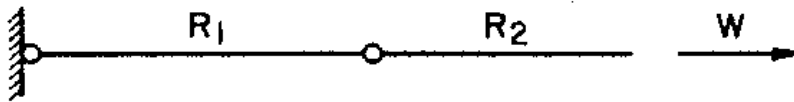
**Problema 5 :**

Suponiendo el sistema estructural simple de la figura :

a) Suponiendo que  $R_1$  y  $R_2$  son la capacidad de las dos barras. Para los graficos de PMF asumiendo que se produce la rotura de las barras, siendo  $R_1$ ,  $R_2$  y  $W$  estadísticamente independientes, estimar la probabilidad de falla del sistema usando una simulación de MonteCarlo y comparar los resultados con la solución analítica.

b) Suponiendo  $R_1$  y  $R_2$  variables independientes log-normales con valor medio de **2.5** y **2.0**, y COV de **30%** y **40%** respectivamente;  $W$  también tiene distribución lognormal con valor medio de **2** y COV **25%**. Calcular la probabilidad de falla del sistema usando la simulación de MonteCarlo.

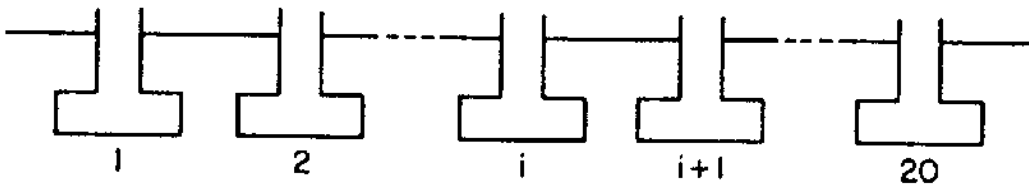
c) Repetir la parte b) si  $R_1$  y  $R_2$  están correlacionadas con  $\rho_{R_1,R_2} = 0.70$



**Problema 6 :**

La figura muestra una serie de fundaciones. Llamemos  $X_i$  el asentamiento de la base  $i$ , y supongamos que el asentamiento de cada base tiene una distribución normal con un valor medio de **3** pulgadas y un COV de **20%**. Más aun, el coeficiente de correlación entre  $X_i$  y  $X_{i+1}$  es **0.50**, y no hay correlación entre asentamientos de bases que no son adyacentes. Usando la simulación de MonteCarlo, estimar :

- a) La probabilidad de que el máximo asentamiento entre fundaciones exceda **5** pulgadas
- b) La probabilidad de que el máximo asentamiento diferencial entre bases adyacentes exceda **2** pulgadas.
- c) La probabilidad de que el máximo asentamiento diferencial de las **20** bases exceda **2** pulgadas.
- d) Repetir las partes **a)**, **b)** y **c)** si el asentamiento entre bases son estadísticamente independientes.



**Problema 7 :**

Suponiendo que las variables aleatorias  $X$  e  $Y$  tienen distribución discreta con la siguiente distribución **PDF**

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{4}y & ; \text{ si } x + y \leq 2, x \geq 0 ; y \geq 0 \\ 0 & \text{ otherwise} \end{cases}$$

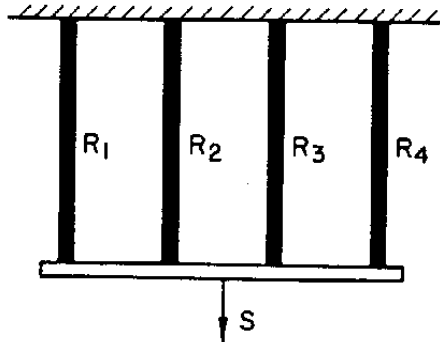
- a) Determinar la función de distribución marginal **PDF** de  $X$ ,  $f_X(x)$
- b) Determinar la función de distribución condicional **PDF** de  $Y$  dado  $X$ , o sea  $f_{Y/X}(Y/X)$
- c) Calcular la correspondiente  $F_X(x)$  y  $F_{Y/X}(Y/X)$
- d) Formular el procedimiento de MonteCarlo para generar pares de valores aleatorios  $(x,y)$

**Problema 8 :**

a ) Estimar la probabilidad de falla del sistema estructural que muestra la siguiente figura. El sistema consiste en **4** barras paralelas. Suponiendo que la capacidad de carga de cada barra es  $R_{i,j} = 1 \text{ a } 4$ , y que  $S$  es la carga aplicada. Se asume que la carga siempre se divide entre las barras que no fallan, y que además :

<u>Variable</u>	<u>Distribucion</u>
$R_1$	$N(10,2)$
$R_2$	$N(12,3)$
$R_3$	$N(8,2)$
$R_4$	$N(10,2)$
$S$	$N(28,4)$

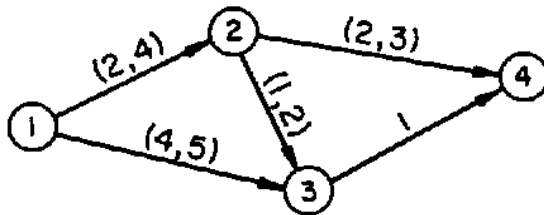
Asumiendo que  $S$  y  $R_i$  son estadísticamente independientes.



**Problema 9 :**

Para la red que muestra la figura, la duración de cada actividad es una variable aleatoria continua uniformemente distribuida en el rango indicado en cada flecha.

- a) Determinar la distribución del tiempo total de ejecución de la red usando aproximación aleatoria "**Random Sampling Approach**".
- b) Repetir la parte a) usando "**Antithetic Variate Approach**".
- c) Estimar la probabilidad de que el tiempo total de ejecución exceda de seis días usando las dos tipos de aproximación anteriores.



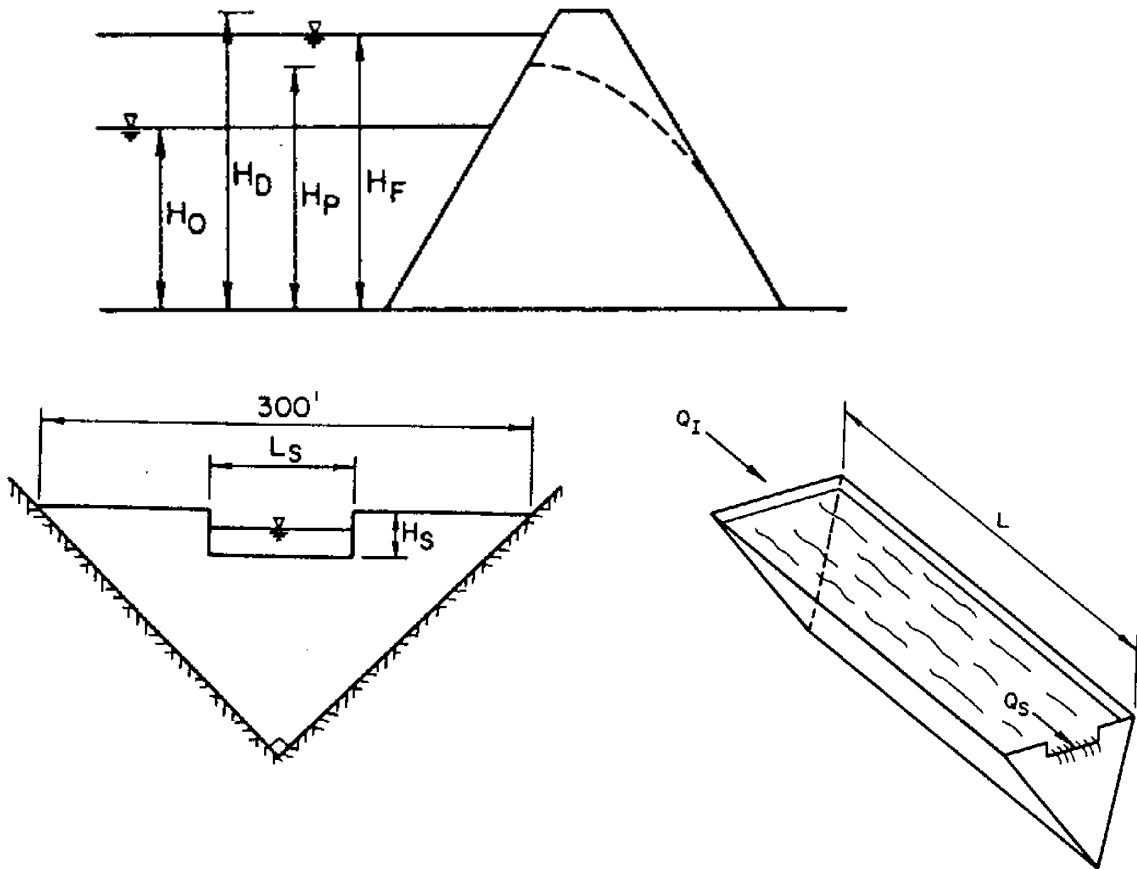
**Problema 10 :**

El desborde de una presa debido a inundaciones extremas, puede ser analizado con el siguiente modelo :

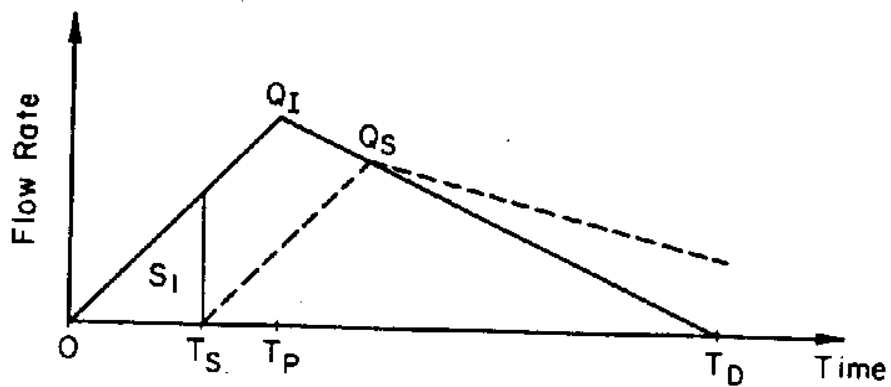
- 1) Las dimensiones de la presa y de las alturas de embalse se muestran en la figuras correspondientes.

Las notaciones son :

- $H_d$  = Altura al tope de la presa
- $H_o$  = Altura de embalse inicial antes de la ocurrencia de la inundacion
- $H_f$  = Altura maxima de embalse alcanzada en una inundacion.
- $H_p$  = Altura a tope de vertedero.
- $L_s$  = ancho de vertedero.
- $H_s$  = altura de vertedero.  $H_s = H_d - H_p$
- $Q_i$  = Caudal máximo de inundacion afluente en el embalse.
- $Q_s$  = Caudal máximo de descarga del vertedero.
- $L$  = Longitud del embalse.



2) El hidrograma de entrada de agua al embalse tambien se muestra en las figuras y tiene un diagrama triangular con valor máximo  $Q_I$  y duración  $T_d$ ;  $T_p$  es el tiempo correspondiente al máximo caudal  $Q_I$



3) La capacidad del embalse  $S_1$  antes de que entre la inundación puede calcularse como :

$$S_1 = L(H_p^2 - H_0^2)$$

**SEGURIDAD ESTRUCTURAL**

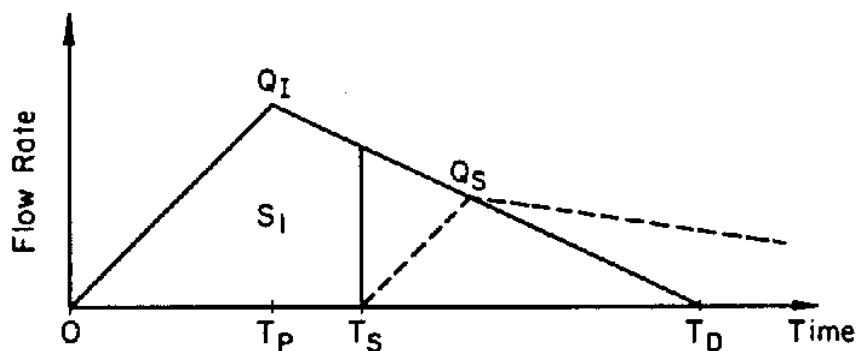
4) Siendo  $T_s$  el tiempo que tarda el caudal en llegar al vertedero. Si  $T_s < T_p$ , el hidrograma de salida en el vertedero se muestra en la figura con líneas punteadas. La línea  $T_s Q_s$  se asume que es paralela a la línea  $OQ_i$ . Se demuestra que :

$$Q_s = Q_i - \sqrt{\frac{S_1 Q_i}{T_d}} \quad \text{para } T_s < T_p$$

$$Q_s = Q_i \sqrt{0.5 - \frac{S_1}{Q_i}} \quad \text{para } T_s \approx T_p$$

5) Para el caudal máximo saliendo por el vertedero, la relación entre la altura de embalse  $H_f$  y el caudal máximo  $Q_s$  está dada por la ecuación de descarga del vertedero :

$$Q_s = C_d L_s (H_f - H_p)^{\frac{3}{2}}$$



6) El desborde por sobre el vertedero se produce cuando la altura del embalse  $H_f$  supera la altura de la presa  $H_d$ , esto es  $H_f > H_d$ . Supongamos también que los siguientes datos son dados para el embalse de este problema :

$C_d$  con distribución uniforme entre 3.4 y 4.3

$H_p$  con distribución triangular entre 140.25 pies y 142.5 pies con moda en 141 pies

$Q_i$  con distribución lognormal con media de 1000 cfs y COV de 0.6

$T_d$  con distribución triangular entre 0.1 y 3.5 días con moda en 0.5 días.

$H_0$  con distribución uniforme entre 0 y 137 pies

$L = 1$  milla (valor determinístico)

$T_p = T_d / 2$

$H_d = 150$  pies (valor determinístico)

$L_s$  con distribución normal con valor medio de 20 pies y COV de 5%

a) Usar la simulación de MonteCarlo para estimar la probabilidad de ser sobrepasada la presa durante una inundación extrema.

b) Como cambia la probabilidad de sobrepaso calculada en el punto a) si el ancho del vertedero se incrementa a 35 pies; el COV de la variable  $L_s$  se mantiene en 5%.