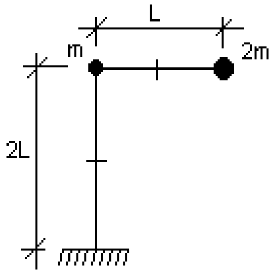
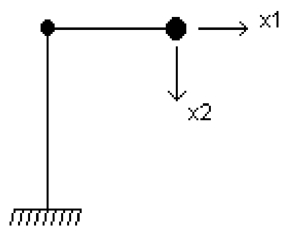
Análisis modal espectral de un modelo simple sometido al sismo de Mexico SCT 1985.





Reference:C:\ING\Unidades\unidades.mcd

Armado del vector de influencia :

$mp := 30000 \cdot kg$

$Long := 3 \cdot m$

$\iota := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Modulo de Elasticidad del material : $E := 20000 \cdot MPa$ $\qquad E = 203873.598 \dfrac{kgf}{cm^2}$

Sección de columna y viga :

$b := 0.40 \cdot m$

$h := 0.40 \cdot m$

Momento de inercia : $J := \dfrac{b \cdot h^3}{12}$ $\qquad J = 213333.333\, cm^4$ $\qquad B := E \cdot J$

Armado de la matriz de rigidez :

$$K := \begin{bmatrix} \dfrac{12 \cdot B}{(2 \cdot Long)^3} & 0 & -\dfrac{6 \cdot B}{(2 \cdot Long)^2} & 0 \\ 0 & \dfrac{12 \cdot B}{Long^3} & -\dfrac{6 \cdot B}{Long^2} & -\dfrac{6 \cdot B}{Long^2} \\ -\dfrac{6 \cdot B}{(2 \cdot Long)^2} & -\dfrac{6 \cdot B}{Long^2} & \left(\dfrac{4 \cdot B}{2 \cdot Long} + \dfrac{4 \cdot B}{Long} \right) & \dfrac{2 \cdot B}{Long} \\ 0 & -\dfrac{6 \cdot B}{Long^2} & \dfrac{2 \cdot B}{Long} & \dfrac{4 \cdot B}{Long} \end{bmatrix}$$

Armado de matriz de masa :

$$M := mp \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 90000 & 0 \\ 0 & 60000 \end{pmatrix} kg$$

Aplicando el procedimiento de condensacion estatica obtenemos la matriz de rigidez y la de masas :

$$K := \frac{3}{20} \cdot \frac{B}{Long^3} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} \qquad M := mp \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Calculo de las frecuencias naturales de vibracion :

$$\omega := \overrightarrow{\sqrt{genvals(K, M)}} \qquad \omega = \begin{pmatrix} 6.742 \\ 2.139 \end{pmatrix} \frac{1}{seg}$$

Reordenamiento de menor a mayor :

$$\omega := sort(\omega) \qquad \omega = \begin{pmatrix} 2.139 \\ 6.742 \end{pmatrix} \frac{1}{seg}$$

Calculo de los periodos de cada modo :

$$i := 0..1 \qquad T_i := \frac{2\cdot\pi}{\omega_i} \qquad T = \begin{pmatrix} 2.937 \\ 0.932 \end{pmatrix} seg$$

Calculo de los modos naturales de vibracion :

$$\phi s := genvecs(K, M) \qquad \phi s = \begin{pmatrix} 0.505 & -0.752 \\ -0.863 & -0.659 \end{pmatrix}$$

Reordenamiento de los modos moviendo las columnas :

$$n := 1 \qquad i := 0..n \qquad \phi^{\langle i\rangle} := \phi s^{\langle n-i\rangle} \qquad \phi = \begin{pmatrix} -0.752 & 0.505 \\ -0.659 & -0.863 \end{pmatrix}$$

Cálculo del factor de excitación símica modal :

$$\phi^T\cdot M\cdot\iota = \begin{pmatrix} -67664.305 \\ 45426.224 \end{pmatrix} kg$$

Calculo de la masa generalizada modal :

$$Mg := \phi^T\cdot M\cdot\phi \qquad Mg = \begin{pmatrix} 76957.252 & -0 \\ 0 & 67642.748 \end{pmatrix} kg$$

Cálculo de la masa total :

$$MT := 3\cdot mp + 2\cdot mp \qquad MT = 150000\,kg$$

Cálculo de la masa efectiva modal :

Verificacion :

$$\gamma^{\langle i\rangle} := \frac{\left(\phi^{\langle i\rangle^T}\cdot M\cdot\iota\right)^2}{Mg_{i,i}\cdot MT} \qquad \gamma = (0.397 \quad 0.203) \qquad \sum_{i=0}^{1}\gamma^{\langle i\rangle} = (0.6)$$

Calculo del factor de participacion modal :

$$L^{\langle i\rangle} := \frac{\phi^{\langle i\rangle^T}\cdot M\cdot\iota}{Mg_{i,i}} \qquad L = (-0.879 \quad 0.672)$$

Distribucion espacial de fuerzas de cada modo :

$$s^{\langle i\rangle} := M\cdot\phi^{\langle i\rangle}\cdot L^{\langle i\rangle} \qquad s = \begin{pmatrix} 6066.651 & 3110.795 \\ 3547.028 & -3547.028 \end{pmatrix} kgf$$

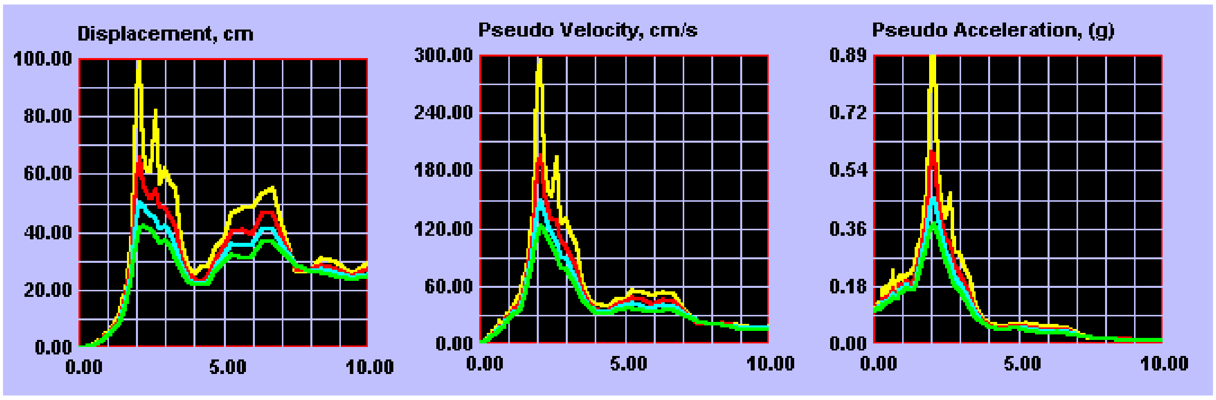
Verificacion :

$$M \cdot \iota = \begin{pmatrix} 90000 \\ 0 \end{pmatrix} kg \qquad \sum_{i=0}^{1} \left(L^{\langle i \rangle} \cdot \phi^{\langle i \rangle\,T} \cdot M \right) = \begin{pmatrix} 90000 & 0 \end{pmatrix} kg$$

Calculo de las pseudoaceleraciones para cada modo :

Partimos de los periodos para cada modo calculados anteriormente : $T = \begin{pmatrix} 2.937 \\ 0.932 \end{pmatrix} seg$

Pseudodesplazamientos del espectro de respuesta del sismo de Mexico SCT 1985 (para factor de amortiguamiento 5%) :



$$Sd := \begin{pmatrix} 48.0941 \\ 4.07678 \end{pmatrix} \cdot cm$$

Valores calculados con acelerogramas del programa NONLIN.

Maximos desplazamientos en cada coordenada para cada modo :

$$u^{\langle i \rangle} := \phi^{\langle i \rangle} \cdot L^{\langle i \rangle} \cdot Sd_i \qquad u = \begin{pmatrix} 31.792 & 1.382 \\ 27.882 & -2.363 \end{pmatrix} cm$$

Calculo de las fuerzas estaticas equivalentes para cada modo :

$$fs^{\langle i \rangle} := s^{\langle i \rangle} \cdot (\omega_i)^2 \cdot Sd_i \qquad fs = \begin{pmatrix} 13350.396 & 5763.779 \\ 7805.661 & -6572.045 \end{pmatrix} kgf$$

Comprobacion de calcular los desplazamientos cargando con el vector de fuerzas equivalentes :

$$ust := K^{-1} \cdot fs \qquad ust = \begin{pmatrix} 31.792 & 1.382 \\ 27.882 & -2.363 \end{pmatrix} cm$$

Esfuerzos de corte en la base para cada modo :

$$Vb_i := fs_{0,i} \qquad Vb = \begin{pmatrix} 13350.396 \\ 5763.779 \end{pmatrix} kgf$$

Calculo de los momentos flexores en la base para cada modo de vibracion :

$$H := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot Long \qquad Mb_i := \sum_{l=0}^{1} H_l \cdot fs_{l,i} \qquad Mb = \begin{pmatrix} 103519.356 \\ 14866.539 \end{pmatrix} kgf \cdot m$$

CALCULO DE LA COMBINACION MODAL DE LAS RESPUESTAS :

ABSolute SUMmation (ABSSUM):

Esfuerzos de corte en la base :

$$VbABSSUM := \sum_{l=0}^{1} \left| Vb_l \right| \qquad VbABSSUM = 19114.175\, kgf$$

Momento flexor en la base :

$$MbABSSUM := \sum_{l=0}^{1} \left| Mb_l \right| \qquad MbABSSUM = 118385.896\, kgf \cdot m$$

Desplazamiento en X1 :

$$uX1ABSSUM := \sum_{l=0}^{1} \left| u_{0,l} \right|$$

$$uX1ABSSUM = 33.174\, cm$$

Desplazamiento en X2 :

$$uX2ABSSUM := \sum_{l=0}^{1} \left| u_{1,l} \right|$$

$$uX2ABSSUM = 30.246\, cm$$

Square Root of Sum of Squares (SRSS) :

Esfuerzos de corte en la base :

$$VbSRSS := \sqrt{\sum_{l=0}^{1} \left(Vb_l \right)^2} \qquad VbSRSS = 14541.465\, kgf$$

Momento flexor en la base :

$$MbSRSS := \sqrt{\sum_{l=0}^{1} \left(Mb_l \right)^2} \qquad MbSRSS = 104581.409\, kgf \cdot m$$

Desplazamiento en X1 :

$$uX1SRSS := \sqrt{\sum_{l=0}^{1} (u_{0,l})^2}$$

$$uX1SRSS = 31.822\,cm$$

Desplazamiento en X2 :

$$uX2SRSS := \sqrt{\sum_{l=0}^{1} (u_{1,l})^2}$$

$$uX2SRSS = 27.982\,cm$$

Complete Quadratic Combination (CQC):

Factores de amortiguamiento para cada modo : $\xi := \begin{pmatrix} 0.05 \\ 0.05 \end{pmatrix}$

Relaciones de frecuencias naturales :

$i := 0..1$
$j := 0..1$

$$\beta_{i,j} := \frac{\omega_i}{\omega_j} \qquad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0.317 \\ 3.152 & 1 \end{pmatrix} \qquad \omega = \begin{pmatrix} 2.139 \\ 6.742 \end{pmatrix} \frac{rad}{seg}$$

Coeficientes de correlacion :

$$\rho_{i,j} := \frac{8 \cdot \sqrt{\xi_i \cdot \xi_j} \cdot (\xi_i + \beta_{i,j} \cdot \xi_j) \cdot (\beta_{i,j})^{\frac{3}{2}}}{\left[1 - (\beta_{i,j})^2\right]^2 + 4 \cdot \xi_i \cdot \xi_j \cdot \beta_{i,j} \cdot \left[1 + (\beta_{i,j})^2\right] + 4 \cdot \left[(\xi_i)^2 + (\xi_j)^2\right] \cdot (\beta_{i,j})^2}$$

$$\rho = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.006 \\ 0.006 & 1.000 \end{pmatrix}$$

Esfuerzos de corte en la base :

$$VbCQC := \sqrt{\sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \rho_{i,j} \cdot Vb_i \cdot Vb_j}$$

$$VbCQC = 14572.034\,kgf$$

Momento flexor en la base :

$$MbCQC := \sqrt{\sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \rho_{i,j} \cdot Mb_i \cdot Mb_j}$$

$$MbCQC = 104666.472\,kgf \cdot m$$

Desplazamiento en X1 :

$$uX1CQC := \sqrt{\sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \rho_{i,j} \cdot u_{0,i} \cdot u_{0,j}}$$

$$uX1CQC = 31.83\,cm$$

Desplazamiento en X2 :

$$uX2CQC := \sqrt{\sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \rho_{i,j} \cdot u_{1,i} \cdot u_{1,j}}$$

$$uX2CQC = 27.968\,cm$$